

Document made available under the Patent Cooperation Treaty (PCT)

International application number: PCT/FR05/000699

International filing date: 23 March 2005 (23.03.2005)

Document type: Certified copy of priority document

Document details: Country/Office: FR
Number: 0403037
Filing date: 24 March 2004 (24.03.2004)

Date of receipt at the International Bureau: 06 June 2005 (06.06.2005)

Remark: Priority document submitted or transmitted to the International Bureau in compliance with Rule 17.1(a) or (b)



World Intellectual Property Organization (WIPO) - Geneva, Switzerland
Organisation Mondiale de la Propriété Intellectuelle (OMPI) - Genève, Suisse



BREVET D'INVENTION

CERTIFICAT D'UTILITÉ - CERTIFICAT D'ADDITION

COPIE OFFICIELLE

Le Directeur général de l'Institut national de la propriété industrielle certifie que le document ci-annexé est la copie certifiée conforme d'une demande de titre de propriété industrielle déposée à l'Institut.

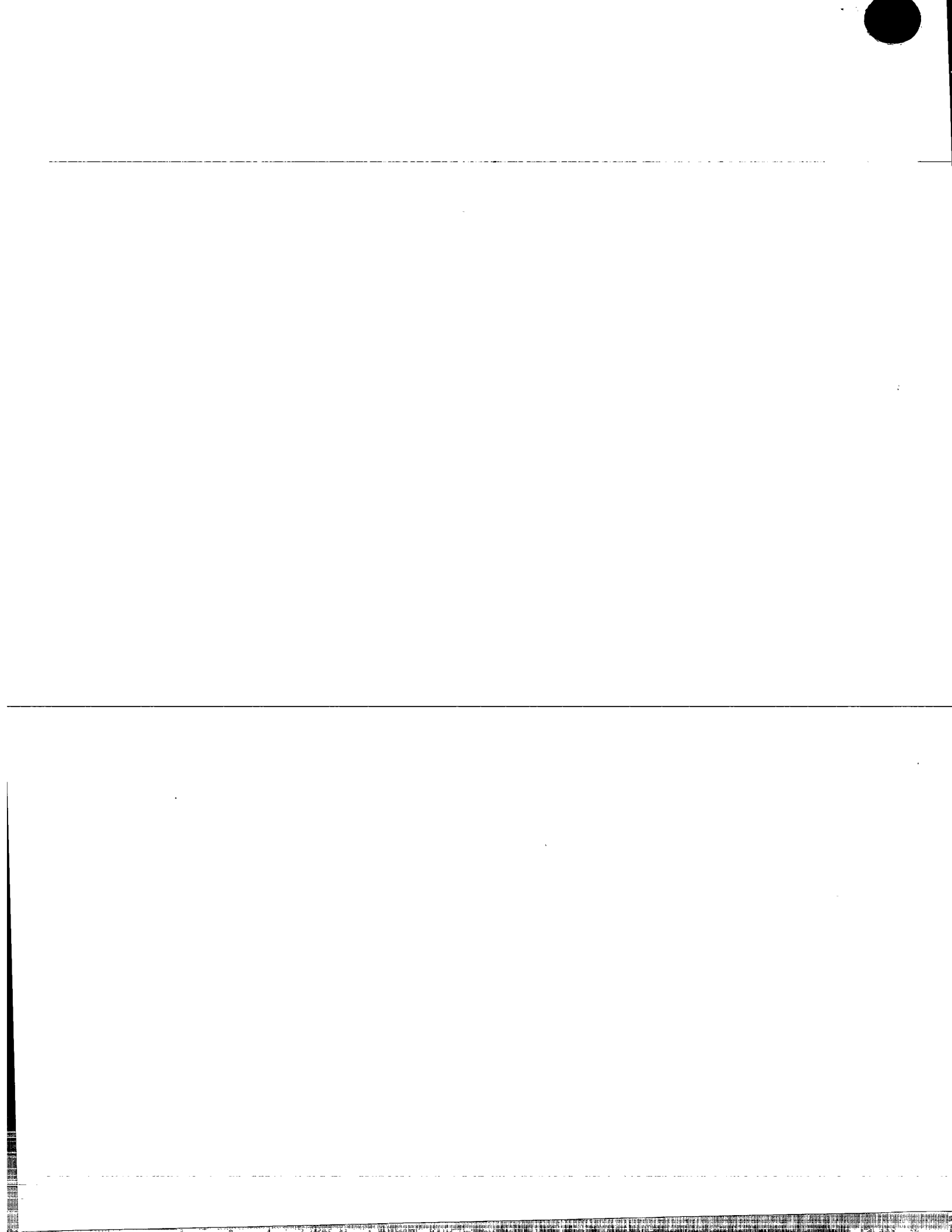
Fait à Paris, le 09 MARS 2005

Pour le Directeur général de l'Institut
national de la propriété industrielle
Le Chef du Département des brevets

Martine PLANCHE

INSTITUT
NATIONAL DE
LA PROPRIÉTÉ
INDUSTRIELLE

SIEGE
26 bis, rue de Saint-Petersbourg
75800 PARIS cedex 08
Téléphone : 33 (0)1 53 04 53 04
Télécopie : 33 (0)1 53 04 45 23
www.inpi.fr





26 bis, rue de Saint Pétersbourg
75800 Paris Cedex 08
Téléphone : 33 (1) 53 04 53 04 Télécopie : 33 (1) 42 94 86 54

er depot

BREVET D'INVENTION CERTIFICAT D'UTILITÉ

Code de la propriété intellectuelle - Livre VI

cerfa
N° 11354*03

REQUÊTE EN DÉLIVRANCE page 1/2

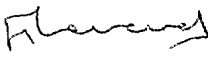

BR1

Cet imprimé est à remplir lisiblement à l'encre noire

DB 540 W / 210502

REMISE DES PIÈCES DATE 24 MARS 2004 LIEU 75 INPI PARIS 34 SP N° D'ENREGISTREMENT 0403037 NATIONAL ATTRIBUÉ PAR L'INPI DATE DE DÉPÔT ATTRIBUÉE PAR L'INPI 24 MARS 2004		1 NOM ET ADRESSE DU DEMANDEUR OU DU MANDATAIRE À QUI LA CORRESPONDANCE DOIT ÊTRE ADRESSÉE CABINET BEAU DE LOMENIE 158, rue de l'Université 75340 PARIS CEDEX 07 FRANCE	
Vos références pour ce dossier (facultatif) 1H257420/19.JBT			
Confirmation d'un dépôt par télécopie		<input type="checkbox"/> N° attribué par l'INPI à la télécopie	
2 NATURE DE LA DEMANDE		Cochez l'une des 4 cases suivantes	
Demande de brevet		<input checked="" type="checkbox"/>	
Demande de certificat d'utilité		<input type="checkbox"/>	
Demande divisionnaire		<input type="checkbox"/>	
Demande de brevet initiale		N°	Date
ou demande de certificat d'utilité initiale		N°	Date
Transformation d'une demande de brevet européen		<input type="checkbox"/>	Date
Demande de brevet initiale		N°	Date
3 TITRE DE L'INVENTION (200 caractères ou espaces maximum) Procédé et dispositif de simulation interactive du contact entre objets			
4 DÉCLARATION DE PRIORITÉ OU REQUÊTE DU BÉNÉFICE DE LA DATE DE DÉPÔT D'UNE DEMANDE ANTÉRIEURE FRANÇAISE		Pays ou organisation Date Pays ou organisation Date Pays ou organisation Date <input type="checkbox"/> S'il y a d'autres priorités, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite»	
5 DEMANDEUR (Cochez l'une des 2 cases)		<input checked="" type="checkbox"/> Personne morale <input type="checkbox"/> Personne physique	
Nom ou dénomination sociale		COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE	
Prénoms			
Forme juridique		Etablissement Public de caractère scientifique, technique et industriel	
N° SIREN			
Code APE-NAF			
Domicile ou siège	Rue	31-33, rue de la Fédération	
	Code postal et ville	75 015 PARIS	
	Pays	FRANCE	
Nationalité		Française	
N° de téléphone (facultatif)		N° de télécopie (facultatif)	
Adresse électronique (facultatif)			
<input type="checkbox"/> S'il y a plus d'un demandeur, cochez la case et utilisez l'imprimé «Suite»			

Remplir impérativement la 2^{ème} page

REMISE DES PIÈCES DATE 24 MARS 2004 LIEU 75 INPI PARIS 34 SP N° D'ENREGISTREMENT 0403037 NATIONAL ATTRIBUÉ PAR L'INPI		Réservé à l'INPI 1H257420/19.JBT DB 540 W / 210502
6 MANDATAIRE (s'il y a lieu)		
Nom		
Prénom		
Cabinet ou Société		CABINET BEAU DE LOMENIE
N° de pouvoir permanent et/ou de lien contractuel		
Adresse	Rue	158, rue de l'Université
	Code postal et ville	75340 PARIS CEDEX 07
	Pays	FRANCE
N° de téléphone (facultatif)		01.44.18.89.00
N° de télécopie (facultatif)		01.44.18.04.23
Adresse électronique (facultatif)		
7 INVENTEUR (S) Les inventeurs sont nécessairement des personnes physiques		
Les demandeurs et les inventeurs sont les mêmes personnes		<input type="checkbox"/> Oui <input checked="" type="checkbox"/> Non : Dans ce cas remplir le formulaire de Désignation d'inventeur(s)
8 RAPPORT DE RECHERCHE Uniquement pour une demande de brevet (y compris division et transformation)		
Établissement immédiat ou établissement différé		<input checked="" type="checkbox"/> Établissement immédiat <input type="checkbox"/> Établissement différé
Paiement échelonné de la redevance (en deux versements)		Uniquement pour les personnes physiques effectuant elles-mêmes leur propre dépôt <input type="checkbox"/> Oui <input type="checkbox"/> Non
9 RÉDUCTION DU TAUX DES REDEVANCES		Uniquement pour les personnes physiques <input type="checkbox"/> Requête pour la première fois pour cette invention (joindre un avis de non-imposition) <input type="checkbox"/> Obtenue antérieurement à ce dépôt pour cette invention (joindre une copie de la décision d'admission à l'assistance gratuite ou indiquer sa référence) : AG [] [] [] [] []
10 SÉQUENCES DE NUCLEOTIDES ET/OU D'ACIDES AMINÉS		<input type="checkbox"/> Cochez la case si la description contient une liste de séquences
Le support électronique de données est joint La déclaration de conformité de la liste de séquences sur support papier avec le support électronique de données est jointe		<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Si vous avez utilisé l'imprimé «Suite», indiquez le nombre de pages jointes		
11 SIGNATURE DU DEMANDEUR OU DU MANDATAIRE (Nom et qualité du signataire)		VISA DE LA PRÉFECTURE OU DE L'INPI
Jean-Bruno THEVENET CPI N° 92-1236 		

La présente invention concerne un procédé et un dispositif de simulation interactive du contact entre au moins un premier objet déformable et au moins un second objet avec un pas prédéterminé de temps d'échantillonnage d'un modèle simulé.

On a déjà proposé d'effectuer une simulation de mesures d'interpénétration entre un objet rigide et un objet déformable à partir d'estimations volumiques ou de distance, notamment pour des applications de chirurgie virtuelle où un outil virtuel rigide de chirurgie coopère avec un organe virtuel déformable du corps humain.

Toutefois, selon ces méthodes la relation entre la mesure d'interpénétration et les forces de contact de réaction n'ont pas de base physique et des forces artificielles peuvent s'appliquer à des nœuds des maillages des objets qui ne sont pas en contact, ce qui nuit à la fiabilité, ou les forces de contact ne répondent pas aux conditions du problème de Signorini.

La présente invention vise à remédier aux inconvénients précités et à permettre de réaliser une simulation interactive en temps réel du contact entre des objets, dont au moins certains sont déformables, de façon simplifiée et économique tout en respectant les contraintes des lois physiques qui régissent les contacts, de telle manière que les contacts simulés entre des objets soient fiables et qu'ainsi la stabilité de la simulation soit garantie.

Ces buts sont atteints grâce à un procédé de simulation interactive du contact entre au moins un premier objet déformable et au moins un second objet avec un pas prédéterminé de temps d'échantillonnage d'un modèle simulé,

caractérisé en ce que :

- (a) on calcule au préalable les paramètres décrivant les caractéristiques physiques de chacun des objets, tels que la géométrie et la mécanique des matériaux de chacun des objets, et on stocke ces paramètres dans une mémoire,
- (b) au début de chaque pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé, on procède au niveau de chaque objet à une analyse en

temps réel du comportement propre de l'objet pour prédire les positions, vitesses et accélérations de cet objet selon un mouvement libre qui ne tient pas compte d'éventuels contacts ultérieurs,

- 5 (c) à chaque pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé, on analyse en temps réel, au niveau d'une scène globale comportant les objets susceptibles de venir en contact, des paires d'objets qui sont détectés en intersection, et on établit une liste de groupes de collisions qui contient une chaîne d'objets en collision et une description des collisions,
- 10 (d) à chaque pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé, on rapatrie en temps réel, pour chaque groupe de collisions, des paramètres représentant les caractéristiques physiques des objets et la description des collisions, de manière à déterminer, pour chaque cas, la solution au problème de Signorini qui gouverne le contact
- 15 entre deux objets dans le cas d'un glissement relatif pur,
- (e) à la fin de chaque pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé, on procède au niveau de chaque objet à une visualisation en temps réel du comportement propre de l'objet suite à la collision, et
- 20 (f) l'ensemble des traitements en temps réel s'effectue avec un pas de temps de calcul plus court que le pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé, de manière à définir une simulation interactive où l'utilisateur peut intervenir directement en cours de simulation.
-

25 Lors de l'étape a) de calcul préalable des paramètres décrivant les caractéristiques physiques de chacun des objets, on utilise pour les paramètres décrivant la mécanique des matériaux une description des déformations de type éléments finis, avec le remplissage et l'inversion de matrices, la résolution de systèmes d'équation et le stockage des données en mémoire.

30 Selon un mode particulier de réalisation, chaque objet est décrit dans une configuration au repos comme un ensemble de triangles reproduisant sa surface et un ensemble de tétraèdres décrivant l'intérieur de l'objet.

Avantageusement, chaque triangle est décrit par trois points, placés dans un ordre qui permet de calculer des normales qui sont invariablement dirigées vers l'extérieur de l'objet.

De préférence, les déformations des objets sont interpolées par la
5 méthode des éléments finis en utilisant un maillage tétraédrique linéaire.

A chaque pas de temps de calcul, on intègre lors de l'étape b) au niveau d'un objet, les forces explicites appliquées sur l'objet, qui sont déjà connues au départ du pas de calcul, de manière à définir le mouvement qu'elles créent sur l'objet, tandis que la valeur des forces de contact
10 implicites, qui dépendent elles-mêmes du mouvement des objets dans le pas de temps de calcul, est déterminée lors de l'étape d) de recherche au niveau d'une scène globale, de la solution au problème de Signorini.

Lors de l'étape c) d'analyse au niveau d'une scène globale, on détecte géométriquement les intersections existantes entre les objets de la scène pour extraire des couples d'éléments d'objets en intersection, une
15 longueur et une direction d'interpénétration entre les deux éléments d'un couple d'éléments d'objets.

Selon une variante de réalisation, lors de l'étape c) d'analyse au niveau d'une scène globale, pour extraire des couples d'éléments d'objets en intersection, une longueur et une direction d'interpénétration entre les
20 deux éléments d'un couple d'éléments d'objet, on prend également en compte un mouvement intermédiaire des objets entre le pas de calcul précédent et le pas de calcul courant, pour calculer une direction d'interférence privilégiée entre ces objets.

Lors de l'étape d) de recherche de la solution au problème de Signorini, on reconstruit les points extrêmes d'application de la force de contact entre deux objets soumis à une collision lorsque ces points extrêmes d'application n'ont pas été déterminés à l'étape précédente.
25

Selon un mode de réalisation particulier, lors de l'étape d) lors de l'étape d) de recherche de la solution au problème de Signorini, dans le cas d'une intersection segment-segment de deux objets en triangle, les
30 deux points choisis pour constituer les points extrêmes d'application de la force de contact entre les deux objets soumis à une collision sont situés à l'intersection de chacun des deux segments avec le plan formé par la face du triangle en intersection.
35

Selon un autre mode de réalisation particulier, lors de l'étape d) de recherche de la solution au problème de Signorini, dans le cas d'une intersection point-face de deux objets en triangle, un premier point choisi pour constituer un point extrême d'application de la force de contact entre les deux objets soumis à une collision est le point de l'intersection tandis que le second point extrême d'application de la force de contact entre deux objets soumis à une collision est la projection du premier point extrême sur la face du triangle en intersection.

Selon un aspect particulier de la présente invention, on utilise les coordonnées barycentriques pour répartir les déplacements et les forces des points d'application de la force de contact entre les points extrêmes d'application de la force de contact en effectuant une interpolation linéaire pour une modélisation en éléments finis.

De façon plus particulière, on peut calculer la distance δ d'interpénétration entre les deux points extrêmes d'application de la force de contact dans le cas d'un contact segment-segment entre un premier segment et un second segment d'un second triangle à partir de l'équation suivante :

$$\delta = [a_i \ b_i \ c_i] \left[[\alpha \ 1 - \alpha] \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} - [\beta \ 1 - \beta] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \right] \quad (1)$$

où : α et $1-\alpha$ sont les coordonnées barycentriques sur le premier segment,

β et $1-\beta$ sont les coordonnées barycentriques sur le deuxième segment,

$a_i \ b_i \ c_i$ sont les coordonnées de la direction n_i d'interpénétration,

W_1 et W_2 sont les coordonnées du premier segment,

V_1 et V_2 sont les coordonnées du second segment.

On peut également calculer la distance δ d'interpénétration entre les deux points extrêmes d'application de la force de contact dans le cas d'un contact point-plan entre un point d'un second triangle et un plan d'un premier triangle à partir de l'équation suivante :

$$\delta = [a_i \ b_i \ c_i] \left[[\alpha \ \beta \ \gamma] \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix} - V_1 \right] \quad (2)$$

où : α , β et γ sont les coordonnées barycentriques sur le premier triangle,

a_i b_i c_i sont les coordonnées de la direction n_i d'interpénétration,

5 W_1 , W_2 , W_3 sont les coordonnées du premier triangle,

V_1 représente les coordonnées du point de contact constitué par un sommet du second triangle.

Après avoir déterminé les points d'application des forces de contact entre deux objets en collision, lors de l'étape d) on procède au transfert des caractéristiques mécaniques des objets dans l'espace défini des
10 contacts dans lequel on traite l'ensemble d'un groupe de \underline{m} contacts avec \underline{n} objets où \underline{m} et \underline{n} sont des entiers.

De façon plus particulière, lors de l'étape d) on considère la masse et l'inertie d'un objet de façon globale, en son centre de gravité et on
15 établit une relation instantanée entre les forces de contact f_c dans la direction du contact, les accélérations δ''_c dues aux contraintes dans la même direction et les accélérations libres δ''_{libre} dans la même direction connues lors de l'étape c) au niveau d'une scène globale, selon l'équation suivante :

20

$$\delta''_c = J_c M^{-1} J_c^T f_c + \delta''_{libre} \quad (3)$$

où : J_c est une matrice jacobienne $m*6n$ qui transfère le mouvement instantané linéaire et angulaire dans l'espace des contacts,

25 J_c^T est la matrice transposée de J_c ,

M est une matrice bloc diagonale correspondant à la masse et l'inertie de \underline{n} objets du groupe de contacts.

Lors de l'étape d) pour le transport des caractéristiques mécaniques locales, on établit une relation entre :

30 • la différence de déplacement (U_k^i) des points du maillage déformable représentant l'objet i à l'instant k , entre la

déformation libre ($U_{k, \text{libre}}^i$) et la déformation contrainte ($U_{k, c}^i$) soit

$$U_k^i = U_{k, c}^i - U_{k, \text{libre}}^i$$

- 5 • Les positions relatives des objets, libres et contraintes, dans l'espace des contacts : δ_{libre} et δ_c .

$$\delta = \sum_{i=1}^n N_c^i U_k^i + \delta_{\text{libre}} \quad (4)$$

où N_c^i est une matrice de passage de l'espace des déplacements du maillage vers l'espace des déplacements aux contacts.

- 10 De même, on établit une relation entre les forces dans l'espace des contacts f_c et les forces dans l'espace des forces de déformation F_k .

$$F_k = (N_c^i)^T f_c \quad (5)$$

- 15 De façon plus particulière, lors de l'étape d) on établit une relation linéaire instantanée de caractérisation des déformations ou déplacement de contact δ_c à partir des forces de contact f_c et des déplacements libres δ_{libre} dus aux mouvements libres intégrant uniquement les forces connues de façon explicite en début de pas de temps de calcul, selon l'équation suivante :

20
$$\delta_c = \left[\sum_{i=1}^n N_c^i A (U_{k-1}) (N_c^i)^T \right] f_c + \delta_{\text{libre}} \quad (6)$$

où : N_c^i est une matrice de passage de l'espace des déplacements du maillage vers l'espace des déplacements de contacts,

$(N_c^i)^T$ est la matrice transposée de N_c^i ,

- 25 A est une matrice permettant de définir la déformation de l'objet au niveau local, de telle sorte que si U_k représente le vecteur du déplacement dans le repère local de l'objet à l'instant courant et U_{k-1} représente le vecteur de déplacement dans le repère local de l'objet au pas de calcul précédent dont les valeurs instantanées sont
 30 connues au début du pas de calcul courant, on a :

$$U_k = A (U_{k-1}) F_k + b (U_{k-1}) \quad (7)$$

- 35 où F_k est un vecteur représentant les forces extérieures appliquées à l'objet exprimées dans le repère local, et b est un vecteur qui a une

valeur dans l'espace des déplacements et qui dépend du modèle de déformation de l'objet.

Dans un cas plus général, lors de l'étape d) on établit une relation instantanée de caractérisation des déformations ou déplacements de contact δ_c à partir des forces de contact f_c et des déplacements libres δ_{libre} dus aux mouvements libres intégrant uniquement les forces connues de façon explicite en début de pas de temps de calcul, selon l'équation suivante :

$$\delta_c = [\theta \, dt^2 \, J_c \, M^{-1} \, J_c^T + \sum_{i=1}^n N_c^i \, A \, (U_{k-1}) \, (N_c^i)^T] f_c + \delta_{libre} \quad (8)$$

où : J_c est une matrice jacobienne $m \times 6n$ qui transfère le mouvement instantané linéaire et angulaire dans l'espace des contacts,

J_c^T est la matrice transposée de J_c ,

M est une matrice bloc diagonale correspondant à la masse et l'inertie des n objets du groupe de contacts,

θ est une constante dépendant de la méthode d'intégration en temps,

N_c^i est une matrice de passage de l'espace des déplacements du maillage vers l'espace des déplacements de contacts,

$(N_c^i)^T$ est la matrice transposée de N_c^i ,

A est une matrice permettant de définir la déformation de l'objet au niveau local, de telle sorte que si U_k représente le vecteur du déplacement dans le repère local de l'objet à l'instant courant et U_{k-1} représente le vecteur de déplacement dans le repère local de l'objet au pas de calcul précédent dont les valeurs instantanées sont connues au début du pas de calcul courant, on a :

$$U_k = A \, (U_{k-1}) \, F_k + b \, (U_{k-1}) \quad (7)$$

où F_k est un vecteur représentant les forces extérieures appliquées à l'objet exprimées dans le repère local, et

b est un vecteur qui a une valeur dans l'espace des déplacements et qui dépend du modèle de déformation de l'objet.

On peut ainsi remarquer que dans le cas d'un objet rigide indéformable, on a $U_k = U_{k-1}$ qui traduit l'absence de modification en fonction du temps du vecteur U_k .

Avantageusement, le procédé selon l'invention comprend en outre une étape de couplage avec un module d'interface haptique pour produire un retour de sensation haptique sur un dispositif mécanique par lequel un opérateur manipule les objets dans une scène virtuelle.

L'invention concerne également un dispositif de simulation interactive du contact entre au moins un premier objet déformable et au moins un second objet avec un pas prédéterminé de temps d'échantillonnage d'un modèle simulé, caractérisé en ce qu'il comprend :

- (a) un module de calcul préalable des paramètres décrivant les caractéristiques physiques de chacun des objets, tels que la géométrie et la mécanique des matériaux de chacun des objets,
- (b) une mémoire de stockage des paramètres préalablement calculés dans le module de calcul,
- (c) un module de couplage avec une interface utilisateur comprenant un dispositif mécanique tenu par un utilisateur lui permettant d'exercer virtuellement des forces sur lesdits objets dans une scène du modèle simulé,
- (d) un écran de visualisation pour visualiser lesdits objets représentés sous forme de maillages,
- (e) une unité centrale de traitement associée à des moyens d'entrée, comprenant au moins
 - e1) un module d'analyse d'objet pour analyser en temps réel au niveau de chaque objet le comportement propre de l'objet pour prédire les positions, vitesses et accélérations de cet objet selon un mouvement libre qui ne tient pas compte d'éventuels contacts ultérieurs,
 - e2) un modèle d'analyse d'une scène globale comportant les objets susceptibles de venir en contact, pour analyser en temps réel

des paires d'objets qui sont détectés en interaction et établir une liste de groupes de collisions qui contient une chaîne d'objets en collision et une description des collisions,

- 5 e3) un module de rapatriement en temps réel, pour chaque groupe de collisions, des paramètres représentant les caractéristiques physiques des objets et la description des collisions pour déterminer, pour chaque cas, la solution au problème de Signorini qui gouverne le contact entre deux objets dans le cas d'un glissement relatif pur,
- 10 e4) un module de traitement de chaque objet pour permettre en temps réel au niveau de chaque objet une visualisation en temps réel du comportement propre de l'objet suite à une collision, et
- 15 e5) des moyens de détermination d'un pas de calcul plus court que le pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé de manière à définir une simulation interactive.

Avantageusement, le dispositif comprend des moyens de production d'un retour de sensation haptique sur l'interface utilisateur.

- 20 Selon une caractéristique avantageuse, le pas de calcul correspond à une fréquence égale ou supérieure à environ 500 Hz.

D'autres caractéristiques et avantages ressortiront de la description suivante de modes particuliers de l'invention, donnés à titre d'exemples, en référence aux dessins annexés, sur lesquels :

- 25 - la Figure 1 est un schéma montrant les différentes étapes d'un procédé de simulation interactive du contact entre objets, selon l'invention,
- la Figure 2 est un schéma montrant différents niveaux de traitement de l'interaction entre objets au cours de différentes étapes du procédé de simulation de la Figure 1,
- 30 - les Figures 3A à 3C représentent trois exemples d'interaction entre deux objets virtuels représentés par des triangles,
- la Figure 4 représente une interaction entre deux objets en triangle dans le cas d'une intersection segment-segment,
- 35 - la Figure 5 représente une interaction entre deux objets en triangle dans le cas d'une intersection point-face,

- la Figure 6 illustre schématiquement le cas d'une collision entre deux objets pour laquelle la configuration peut être définie à partir de seuls critères géométriques,

5 - la Figure 7 illustre schématiquement le cas d'une collision entre deux objets pour laquelle la configuration est définie en tenant compte d'un mouvement intermédiaire,

 - la Figure 8 est un schéma-bloc montrant les constituants de base d'un dispositif de simulation interactive du contact entre objets, selon l'invention,

10 - la Figure 9 montre un exemple de contact entre un objet virtuel déformable et un autre objet virtuel, et

 - les Figures 10A à 10C montrent trois positions relatives différentes entre un objet virtuel déformable, en forme de pince, et un objet virtuel rigide lors d'un processus de mise en place de l'objet virtuel déformable en
15 forme de pince sur l'objet virtuel rigide.

 La Figure 8 illustre de façon schématique un exemple de dispositif permettant de mettre en œuvre l'invention et de réaliser la simulation interactive en temps réel du contact entre objets tout en permettant notamment d'avoir un retour de sensation haptique.

20 Une unité centrale de traitement 100, qui peut être constituée à partir d'un ordinateur de type classique, permet d'effectuer les différents calculs nécessaires pour réaliser une simulation.

 Un écran de visualisation 107 relié à l'ordinateur 100 par une interface graphique permet l'affichage d'objets représentés sous la forme
25 de maillage comprenant des nœuds ou sommets reliant des segments ou arêtes.

 Des informations peuvent être fournies à l'ordinateur 100 à partir d'une interface utilisateur classique 103 pouvant comprendre un clavier et par exemple une souris et constituant des moyens d'entrée.

30 Un dispositif mécanique spécifique 104 tenu par un utilisateur relié par un module de couplage 101 à l'ordinateur 100 peut en outre être prévu pour permettre à l'utilisateur d'exercer virtuellement des forces sur les objets dans une scène d'un modèle simulé. Un tel dispositif mécanique 104 et le module de couplage 101 constituent une interface haptique qui
35 permet à l'utilisateur d'exercer une sollicitation sur les objets virtuels de la

scène et de recevoir en retour une simulation haptique qui est une réponse fournie par la simulation du contact entre objets.

L'ordinateur 100 comprend de façon classiquement au moins un processeur, une mémoire permanente de stockage de programmes et de données et une mémoire de travail coopérant avec le processeur. Des supports externes de mémoire (disquettes, CD-ROM,...) ou un modem de liaison à un réseau peuvent naturellement être utilisés pour charger dans l'ordinateur des programmes ou données permettant d'effectuer tout ou partie du traitement de simulation. Sur la Figure 8, on a simplement représenté à titre symbolique un exemple de mémoire de stockage 102 coopérant avec le module 100 et pouvant être constituée par l'un ou l'autre des types de mémoires sus-mentionnés.

D'une manière générale, au début d'un processus de simulation les paramètres décrivant la géométrie et la mécanique des matériaux des objets à simuler sont calculés dans l'unité centrale 100 et stockés dans une zone mémoire de la mémoire 102.

Pour caractériser les déformations mécaniques des objets, il est utilisé lors du traitement par l'unité centrale 100 une description des déformations de type éléments finis. Cela se traduit par le remplissage et l'inversion de matrices, la résolution de systèmes d'équations et le stockage des données dans la mémoire 102 associée à l'unité centrale 100.

Les positions et formes courantes des objets sont évaluées en fonction des sollicitations exercées et des lois mécaniques qui régissent les objets de la scène.

Selon l'invention, pour garantir une simulation stable, il est pris en compte dans le calcul des contacts simulés entre objets les lois physiques qui régissent le contact. Pour permettre une simulation en temps réel, c'est-à-dire avec un délai très court et borné séparant la sollicitation exercée par l'utilisateur via l'interface haptique 104, 101 et la réponse fournie par l'unité centrale de traitement 100 à cette interface haptique 104, 101, le dispositif de simulation met en œuvre trois modules principaux qui sont sollicités itérativement à chaque pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé. Par ailleurs, l'ensemble des traitements en temps réel s'effectue avec un pas de temps de calcul plus court que le pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé.

Les trois modules principaux du dispositif de simulation mettant en œuvre les différentes étapes du procédé de simulation se présentent essentiellement de la façon suivante :

- 5 - un premier module dit "mécanique" se situant au niveau de chaque objet et décrivant son comportement propre, permet de faire évoluer la position et la forme de l'objet suivant les forces et les lieux des forces exercés. Ce module est appelé en début de pas de calcul pour prédire les positions, vitesses et accélérations des objets sans tenir compte du contact puis sera de nouveau mobilisé pour tenir compte des forces calculées dans un troisième module dit "de traitement du contact".
- 10 - Un second module dit de "détection de collision", se situant au niveau de la scène globale établit des paires d'objets qui sont détectés en intersection. Ce module, de façon optionnelle, peut créer des mouvements intermédiaires entre les pas de la simulation pour savoir quand et comment les objets sont entrés en intersection. Ce module est régi avant tout par des lois géométriques optimisées qui permettent d'accélérer le calcul afin d'obtenir une chaîne d'objets en collision et une description des collisions. Un groupe de collision est ainsi un ensemble d'objets reliés entre eux par au moins une collision. Un objet entre dans un groupe s'il est en collision avec au moins un des objets du groupe. Une collision est décrite
- 15 obligatoirement par la paire d'objets en collision et par le lieu de la collision en utilisant soit les éléments géométriques de base (par exemple deux triangles ou deux surfaces) en intersection, soit par un segment reliant les deux points qui sont localement les plus interpénétrés.
- 20 - Un troisième module dit "traitement du contact" est appelé par le module de "détection de collision" et fait appel en retour au module "mécanique". Pour chaque groupe de collisions, le module de traitement du contact rapatrie les caractéristiques physiques des objets et la description des collisions. Le module est apte à déterminer, pour chaque cas, la solution au problème de Signorini qui gouverne le contact entre deux objets dans le cas du glissement pur.
- 25
- 30
- 35

L'invention permet d'effectuer une simulation interactive. Une simulation est définie par le pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé et par le pas de temps de calcul de ce modèle. Le procédé selon l'invention met en œuvre un pas de temps de calcul qui est toujours
5 inférieur au pas de temps choisi pour l'échantillonnage, ce qui permet d'avoir une simulation interactive où l'utilisateur va pouvoir intervenir directement en cours de simulation.

La Figure 1 résume les principales étapes du procédé selon l'invention qui met en œuvre une boucle de simulation utilisant les trois
10 modules principaux précités installés dans l'ordinateur 100 de la Figure 8. La Figure 2 illustre les différents niveaux de traitement entre objets au cours des différentes étapes du procédé de simulation.

Une première étape de traitement 130 utilise le module dit "mécanique" et se situe au niveau de chaque objet (niveau objet 3). Les
15 informations sont fournies à travers un module de couplage 120 à partir de l'interface utilisateur 110 ou interface haptique qui détermine la position et la forme de chaque objet (informations 135 élaborées à l'étape 130).

Dans cette première étape 130, une modélisation 13 prend en
20 compte chaque objet ou outil 201, 202, 203 de façon individuelle sans tenir compte d'interactions ultérieures éventuelles et permet de faire évoluer la position et la forme de l'objet suivant les forces et les lieux des forces exercés à partir de l'interface utilisateur 110.

Une deuxième étape du traitement 140 utilise le module dit
25 "détection de collision" et se situe au niveau d'une scène globale (niveau scène 4). Les informations 135 élaborées à l'étape 130 sont utilisées à l'étape 140 pour établir des paires d'objets qui sont détectés en intersection. Au cours de cette étape 130, il est élaboré une liste de groupes de collisions (informations 145) contenant une chaîne d'objets en
30 collision et une description des collisions. Dans cette étape 140, une modélisation 14 prend ainsi en compte une paire d'objets en intersection tels que les objets 201, 202 au niveau d'une scène globale.

Une troisième étape de traitement 150 utilise le module dit
35 "traitement du contact" et se situe au niveau d'une scène globale (niveau scène 5). Les informations 145 élaborées à l'étape 140 ainsi que les informations 135 élaborées à l'étape 130 sont utilisées pour déterminer

pour chaque cas la solution au problème de Signorini qui gouverne le contact entre deux objets dans le cas de glissement pur (information 155). Dans cette étape 150, une modélisation 15 prend ainsi en compte l'interaction entre deux objets tels que les objets 201, 202 au niveau d'une scène globale, les caractéristiques physiques des objets et la description des collisions étant rapatriées pour chaque groupe de collisions par le module "traitement de contact".

La troisième étape de traitement 150 fournit des informations 155 concernant des forces et des lieux qui sont transmises au premier module "mécanique" au cours d'une quatrième étape de traitement 160 qui se situe à nouveau au niveau des objets (niveau objet 6). Dans cette étape 160, le résultat du traitement de simulation en temps réel peut être simplement normalisé dans une étape 170 de visualisation ou peut être transmis en retour à travers le couplage 120 vers l'interface utilisateur 110 pour conférer à l'utilisateur un retour de sensation haptique. Dans cette étape finale, une modélisation 16 prend ainsi à nouveau en compte chaque objet ou outil 201, 202, 203 individuellement tout en ayant tenu compte des contacts précédemment simulés.

Au niveau de l'objet, dans une forme de réalisation préférée, on décrit l'objet comme un ensemble de triangles reproduisant sa surface et un ensemble de tétraèdres pour décrire son intérieur, le tout dans une configuration de repos. Cette configuration correspond à la forme de l'objet lorsqu'aucune force ne lui est appliquée.

Avantageusement, les triangles sont décrits par trois points, placés dans un ordre qui permet au calcul des normales d'être invariablement dirigées vers l'extérieur de l'objet. Les surfaces des objets sont fermées de façon à pouvoir distinguer un extérieur d'un intérieur.

Les déformations des objets sont interpolées par la méthode des éléments finis en utilisant un maillage tétraédrique linéaire. Le dispositif permet de simuler différentes lois de comportement sous réserve que l'on puisse en extraire localement, approximativement et pour un pas de calcul, une relation linéaire entre les forces exercées et les déplacements autour d'une configuration locale.

Si U_k représente le vecteur de déplacement dans le repère local d'un objet à l'instant courant t et si U_{k-1} représente le vecteur de

déplacement dans le repère local de l'objet au pas de calcul précédent $t-1$, on a la relation suivante :

$$U_k = A(U_{k-1}) F_k + b(U_{k-1}) \quad (7)$$

5

où : A est une matrice permettant de définir la déformation de l'objet au niveau local,

F_k est un vecteur représentant les forces extérieures appliquées à l'objet exprimées dans le repère local,

10 b est un vecteur qui a une valeur dans l'espace des déplacements et qui dépend du modèle de déformation de l'objet, et

U_{k-1} est un vecteur dont les valeurs instantanées sont connues au début du pas de calcul, de l'instant courant t .

15 Avantageusement, une distinction est faite entre le mouvement global de l'objet décrit par la relation fondamentale de la dynamique et la déformation de l'objet autour d'une configuration courante décrite par la loi de déformation.

20 Les forces appliquées sur l'objet se distinguent par leur caractère explicite ou implicite. Une force explicite est d'ores et déjà connue au départ du pas de calcul, et il faut l'intégrer pour connaître le mouvement qu'elle crée sur l'objet. Les forces de contact, au contraire, sont implicites au sens où elles dépendent elles-mêmes du mouvement des objets dans le pas de temps. Pour un pas de temps, on intègre donc les forces
25 explicites et on passe alors au niveau de la scène globale pour pouvoir trouver la valeur des forces implicites.

Après l'intégration des forces explicites au niveau de chaque objet, on appelle position et forme "libre" la configuration des objets dans la scène. Cette configuration est obtenue sans l'intervention des forces de
30 contact. Ainsi, un "mouvement libre" est un mouvement intégrant uniquement les forces connues de façon explicite en début de pas de temps de calcul. Par suite on considère ici que le mouvement libre est le mouvement obtenu sur un pas de temps quand les forces de contact ne sont pas intégrées.

35 Le système proposé met alors en œuvre un processus de détection de collision qui permet de tester géométriquement les intersections

existantes entre les objets 223, 230 de la scène et les directions privilégiées pour sortir les objets de cette collision (Figures 6 et 7).

Si l'on considère un objet 221 qui, dans une position 223, vient en interaction avec un autre objet 230, la direction privilégiée peut être
5 calculée uniquement sur des critères géométriques (cas de la Figure 6) ou peut dépendre de la configuration par laquelle les objets 223, 230 sont entrés en collision en tenant compte d'un mouvement intermédiaire 222 d'au moins l'un des objets entre le pas de calcul précédent et le pas de calcul courant (cas de la Figure 7).

10 Dans tous les cas le processus de détection des collisions permet d'extraire des couples d'éléments d'objets en intersection, une longueur et une direction d'interférence entre ces deux éléments.

Dans le cas privilégié d'une description de la surface des objets par des triangles, un élément est soit un point, soit un segment, soit la face
15 d'un triangle. La détection de collision peut prendre en compte trois cas canoniques d'intersection entre deux objets : intersection point/triangle, intersection segment/segment, intersection triangle/point.

Le procédé peut également fournir un ensemble d'éléments d'objet en proximité qui pourrait potentiellement entrer en collision suite à
20 l'intégration des forces de contact. Une distance et une direction séparant ces éléments sont alors calculées.

Grâce à la description de toutes les interférences et proximités entre les objets, l'ensemble des groupes de collisions de la scène peut être construit. Chaque groupe va alors passer dans le module de contact.

25 Après la détection d'une collision, un traitement dans le module de contact permet de déterminer la configuration du premier contact entre deux pas de temps de calcul.

Si l'on prend en compte une description de la surface des objets par des triangles lorsqu'une zone d'interpénétration entre deux objets a été
30 définie à un instant T du pas d'échantillonnage de la simulation, il est extrait une liste de triangles composant la paire d'objets. Si l'on a un objet rigide et un objet déformable, les coordonnées du triangle représentant l'objet déformable sont traduites dans le cadre de référence de l'objet rigide à des instants distincts d'échantillonnage de simulation T et T-1.

35 Pour toute paire possible triangle/triangle il est effectué une interpolation linéaire du déplacement de trois points D_1 , D_2 , D_3 du triangle

déformable entre les positions initiale et finale aux instants discrets d'échantillonnage T et $T-1$. On peut ensuite opérer trois types de tests différents représentés sur les Figures 3A à 3C sur la paire comprenant un triangle déformable 20 défini par des sommets D_1, D_2, D_3 et présentant
5 diverses positions successives 21, 22, 23 entre les instants $T-1$ et T et un triangle rigide 30 défini par des sommets R_1, R_2, R_3 .

Le test 1 (Figure 3A) correspond au cas où un plan de collision est formé par le triangle rigide et va établir une contrainte sur le point concerné du triangle déformable.

10 Le test 2 (Figure 3B) correspond au cas où un plan de collision est formé par un segment rigide et un segment déformable à l'instant de collision t , et va établir une contrainte sur deux points de l'objet déformable.

15 Le test 3 (Figure 3C) correspond au cas où un plan de collision est formé par l'objet déformable à l'instant de collision et va établir une contrainte sur trois points du triangle déformable.

L'invention peut s'appliquer aussi bien au cas de collisions entre un objet rigide et un objet déformable qu'au cas de collisions entre deux objets déformables.

20 Le module de contact va être décrit ci-dessous de façon plus détaillée en référence au cas préféré d'une description des objets en triangle.

Le module de contact est appelé autant de fois qu'il y a de groupes de collisions dans la scène à l'instant du calcul. Le module de détection de
25 collisions a stocké dans un espace mémoire pour chaque collision :

- la normale,
- la paire d'objets et les éléments concernés par la collision,
- (éventuellement) les points d'application de la force de contact.

30 Si l'algorithme de détection de collision ne donne pas les points d'application de la force de contact (cas illustré sur la Figure 6 d'une détection sans mouvement intermédiaire), il faut les reconstruire et dans tous les cas, il faut interpoler ces points d'applications par rapport au modèle de déformation choisi.

35 Dans le cas préféré d'une description des objets en triangle, on sépare le problème en deux cas : soit on a deux éléments segments, soit on a un élément nœud et un élément face.

Dans le cas d'une intersection segment/segment entre un triangle 40 défini par des sommets P_1, P_2, P_3 et un triangle 50 défini par des sommets Q_1, Q_2, Q_3 (Figure 4), les deux points choisis 41, 51 sont situés à l'intersection de chacun des deux segments Q_1, Q_2 , resp. P_1, P_2 avec le plan formé par la face de l'autre triangle en intersection.

Le vecteur reliant les deux points trouvés 41, 51 est appelé δ .

Dans le cas d'une intersection Point/Face entre un triangle 60 défini par des sommets P_1, P_2, P_3 et un triangle 70 défini par des sommets Q_1, Q_2, Q_3 (Figure 5), le premier point choisi est le point de l'intersection et le second est la projection de ce point sur la face de l'intersection. Le vecteur reliant les deux points trouvés est appelé δ .

On peut utiliser l'algorithme d'intersection avec mouvement intermédiaire proposé par Xavier Provot (Collision and Self-collision handling in cloth model dedicated to design garment. Graphics Interface 1997, 177-189) qui permet d'obtenir une configuration approchée entre les deux triangles au moment de la collision.

Pour répartir les déplacements et les forces de ces points, dans le cas privilégié d'une interpolation linéaire pour la modélisation en éléments finis (triangles - tétraèdres), on utilise les coordonnées barycentriques.

Pour pouvoir calculer correctement les déformations sur les objets, il faut garantir la non-interpénétration. L'interpolation des éléments est donc utilisée de façon à n'avoir qu'une inconnue de force et de distance par contact. Pour simplifier le problème, on se place dans le cas d'une interpolation linéaire pour les éléments finis.

On a ainsi dans le cas d'un contact segment/segment (Figure 4) la relation suivante :

$$\delta = [a_i \ b_i \ c_i] \left[[\alpha \ 1 - \alpha] \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} - [\beta \ 1 - \beta] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \right] \quad (1)$$

où α et $1-\alpha$ sont les coordonnées barycentriques sur le premier segment Q_1, Q_2 et β , $1-\beta$ sur le deuxième segment P_1, P_2 ,
 a_i, b_i, c_i sont les coordonnées de la normale n_i du triangle 40,
 W_1, W_2 sont les coordonnées du premier segment Q_1, Q_2 ,
 V_1, V_2 sont les coordonnées du deuxième segment P_1, P_2 .

Dans le cas d'un contact point/plan (Figure 5), a_i , b_i , c_i sont les coordonnées de la normale n_i du triangle 60, la distance d'interpénétration δ entre les triangles 60 et 70 s'écrit :

$$5 \quad \delta = [a_i \ b_i \ c_i] \left[[\alpha \ \beta \ \gamma] \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix} - V_1 \right] \quad (2)$$

où : alpha, beta, gamma sont les coordonnées barycentriques sur le triangle 60 (addition = 1).

10 W_1, W_2, W_3 sont les coordonnées du premier triangle 60, et V_1 sont les coordonnées du point de contact 71 constitué par un sommet Q_1 du second triangle 70.

On utilise une interpolation identique pour la force de contact.

15 Une fois trouvé le point d'application des forces de contact, les caractéristiques mécaniques des objets sont transférées dans l'espace défini des contacts. Pour la suite, on suppose que l'on traite un groupe de m contacts avec n objets.

20 Pour le transport des caractéristiques mécaniques globales dans le cas où l'on considère la masse et l'inertie de l'objet de façon globale, en son centre de gravité, on peut utiliser une matrice jacobienne classique, définie dans les travaux de Ruspini (Diego Ruspini & Oussama "A Framework for Multi-Contact Multi-Body Dynamic Simulation and Haptic Display", Proceedings of the 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems"). Grâce à cette matrice, on a une relation
25 instantanée entre les forces de contact f_c dans la direction du contact, les accélérations δ''_c (contraintes) et δ''_{libres} dans la même direction :

$$\delta''_c = J_c M^{-1} J_c^T f_c + \delta''_{\text{libres}} \quad (3)$$

30 où J_c est une matrice jacobienne $m \times 6n$ qui transfère le mouvement instantané linéaire et angulaire dans l'espace des contacts, M est une matrice bloc diagonale correspondant à la masse et l'inertie des n objets du groupe de contacts et J_c^T est la matrice transposée de J_c .

Pour le transport des caractéristiques locales, on peut utiliser l'interpolation définie pour les triangles. On a ainsi une relation entre les déplacements des points du maillage déformable et les déplacements dans l'espace des contacts et la même interpolation peut être utilisée entre les forces de contact et les forces sur les nœuds.

En reprenant la relation linéaire instantanée de caractérisation des déformations, on obtient :

$$\delta_c = \left[\sum_{i=1}^n N_c^i A (U_{k,i}) (N_c^i)^T \right] f_c + \delta_{libre} \quad (6)$$

où N_c^i représente la matrice de passage de l'espace des déplacements du maillage vers l'espace des déplacements aux contacts et A est une matrice comme défini plus haut.

La modélisation du contact est choisie de façon à respecter au mieux les lois physiques. Par souci de simplification on peut néanmoins de préférence considérer que les contacts ne changeront pas de direction durant la résolution du calcul même si en pratique ce n'est pas strictement le cas.

Le premier postulat du problème de Signorini est qu'il n'y a pas d'interférence entre les objets s'ils sont solides (les matières ne se mélangent pas). Ainsi, on souhaite qu'après la résolution du problème le déplacement au contact soit positif ou nul :

$$\delta_c \geq 0 \quad (9)$$

Le second postulat est que l'on est dans le cas d'un contact sans frottement, donc la force de contact est dirigée selon la normale :

$$f_c \geq 0 \quad (10)$$

Le troisième postulat est que la force de contact est non nulle ($f_c \neq 0$) si et seulement si il y a réellement un contact ($\delta_c = 0$). Cela crée une relation complémentaire entre les deux vecteurs :

$$\delta_c \perp f_c \quad (11)$$

Pour pouvoir résoudre le problème de Signorini, on utilise le transport des caractéristiques mécaniques. Les effets des caractéristiques locales et globales sont additionnés en intégrant les accélérations pour se

ramener uniquement à une relation entre déplacement et force dans l'espace des contacts.

Avantageusement, on utilise une méthode numérique qui a tendance à conserver l'énergie comme la méthode des trapèzes (aussi nommée Tustin), pour intégrer les accélérations et qui peut s'exprimer de la façon suivante si l'on considère une grandeur X aux instants t (X_t) et $t+1$ (X_{t+1}) :

$$\begin{aligned} X_{t+1} &= X_t + \frac{1}{2} dt (X_t' + X_{t+1}') \\ X_{t+1}' &= X_t' + \frac{1}{2} dt (X_t'' + X_{t+1}'') \end{aligned} \quad (12)$$

En utilisant cette méthode numérique et les équations (4) et (5), on obtient la relation suivante :

$$\delta_c = \left[\frac{1}{4} dt^2 J_c M^{-1} J_c^T + \sum_{i=1}^n N_c^i C^i (U_{k-1}) (N_c^i)^T \right] f_c + \delta_{libre} \quad (13)$$

Le coefficient $1/4$ peut être différent si l'on utilise une autre méthode d'intégration des accélérations.

Si le modèle mécanique choisi ne comporte pas de caractéristiques globales et si la masse et l'inertie sont intégrées au niveau local dans le modèle de déformation, on utilise uniquement l'équation (5) qui comporte déjà implicitement une intégration numérique en temps.

$$\delta_c = \left[\sum_{i=1}^n N_c^i A (U_{k-1}) (N_c^i)^T \right] f_c + \delta_{libre} \quad (6)$$

Les postulats définis dans le problème de Signorini et l'équation linéaire instantanée créant une relation linéaire entre forces de contact et déplacements dans l'espace des contacts permettent de formuler le contact sous forme de problème de complémentarité linéaire (LCP). Pour ce type de problèmes, il existe de nombreux algorithmes de résolution (voir par exemple Murty, K.G., Linear Complementarity, Linear and Nonlinear Programming. Internet Edition 1997) qui sont capables de résoudre le problème en un temps compatible avec les performances demandées par l'haptique. A titre d'exemple, on peut effectuer un calcul à une fréquence de l'ordre de 500 Hz à 1000 Hz pour un nombre raisonnable de contacts (par exemple 30 à 40 contacts) en utilisant

l'algorithme du Pivot principal sur un ordinateur de type PC Pentium IV 2GHz.

5 La Figure 3 illustre l'interaction entre un objet déformable 80, tel qu'une pince avec un autre objet 90. Dans ce cas, l'objet déformable 80 est virtuellement attaché à l'interface haptique (dès lors qu'il est tenu par l'utilisateur) dans une zone d'un nœud O définissant un repère $Ox_0y_0z_0$. Pour de tels points on peut appliquer les conditions de Dirichlet.

10 A chaque pas de simulation, la configuration de mouvement libre donne un espace de contact. Une résolution LCP donne les forces de contact f_i non nulles et un mouvement contraint en est déduit. Ces forces (illustrées par la normale U_i de coordonnées a_i b_i c_i sur la Figure 9) sont transportées au point O pour créer la force et le couple sur l'interface haptique.

15 Les Figures 10A à 10C montrent l'exemple d'un objet déformable 80 constitué par un clip mis en place sur un tube 91. On voit différentes déformations du clip 80 dans des positions 81, 82, 83 différentes par rapport au tube 91.

REVENDEICATIONS

1. Procédé de simulation interactive du contact entre au moins un
5 premier objet déformable (201 ; 20 ; 40 ; 60 ; 80) et au moins un second
objet (202 ; 30 ; 50 ; 70 ; 90 ; 91) avec un pas prédéterminé de temps
d'échantillonnage d'un modèle simulé,

caractérisé en ce que :

- 10 (a) on calcule au préalable les paramètres décrivant les caractéristiques
physiques de chacun des objets, tels que la géométrie et la
mécanique des matériaux de chacun des objets, et on stocke ces
paramètres dans une mémoire,
- 15 (b) au début de chaque pas de temps d'échantillonnage du modèle
simulé, on procède au niveau de chaque objet à une analyse en
temps réel du comportement propre de l'objet pour prédire les
positions, vitesses et accélérations de cet objet selon un mouvement
libre qui ne tient pas compte d'éventuels contacts ultérieurs,
- 20 (c) à chaque pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé, on
analyse en temps réel, au niveau d'une scène globale comportant les
objets susceptibles de venir en contact, des paires d'objets qui sont
détectés en intersection, et on établit une liste de groupes de
collisions qui contient une chaîne d'objets en collision et une
description des collisions,
- 25 (d) à chaque pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé, on
rapatrie en temps réel, pour chaque groupe de collisions, des
paramètres représentant les caractéristiques physiques des objets et
la description des collisions, de manière à déterminer, pour chaque
cas, la solution au problème de Signorini qui gouverne le contact
entre deux objets dans le cas d'un glissement relatif pur,
- 30 (e) à la fin de chaque pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé,
on procède au niveau de chaque objet à une visualisation en temps
réel du comportement propre de l'objet suite à la collision, et

(f) l'ensemble des traitements en temps réel s'effectue avec un pas de temps de calcul plus court que le pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé, de manière à définir une simulation interactive où l'utilisateur peut intervenir directement en cours de simulation.

5 2. Procédé selon la revendication 1, caractérisé en ce que lors de l'étape a) de calcul préalable des paramètres décrivant les caractéristiques physiques de chacun des objets, on utilise pour les paramètres décrivant la mécanique des matériaux une description des déformations de type éléments finis, avec le remplissage et l'inversion de matrices, la résolution
10 de systèmes d'équation et le stockage des données en mémoire.

3. Procédé selon la revendication 1 ou 2, caractérisé en ce que chaque objet est décrit dans une configuration au repos comme un ensemble de triangles reproduisant sa surface et un ensemble de tétraèdres décrivant l'intérieur de l'objet.

15 4. Procédé selon la revendication 3, caractérisé en ce que chaque triangle est décrit par trois points, placés dans un ordre qui permet de calculer des normales qui sont invariablement dirigées vers l'extérieur de l'objet.

20 5. Procédé selon la revendication 3 ou 4, caractérisé en ce que les déformations des objets sont interpolées par la méthode des éléments finis en utilisant un maillage tétraédrique linéaire.

6. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 5, caractérisé en ce que à chaque pas de temps de calcul, on intègre lors de l'étape b) au niveau d'un objet, les forces explicites appliquées sur l'objet,
25 qui sont déjà connues au départ du pas de calcul, de manière à définir le mouvement qu'elles créent sur l'objet, tandis que la valeur des forces de contact implicites, qui dépendent elles-mêmes du mouvement des objets dans le pas de temps de calcul, est déterminée lors de l'étape d) de recherche au niveau d'une scène globale, de la solution au problème de
30 Signorini.

7. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 6, caractérisé en ce que lors de l'étape c) d'analyse au niveau d'une scène globale, on détecte géométriquement les intersections existantes entre les objets de la scène pour extraire des couples d'éléments d'objets en

intersection, une longueur et une direction d'interpénétration entre les deux éléments d'un couple d'éléments d'objets.

5 8. Procédé selon la revendication 7, caractérisé en ce que lors de l'étape c) d'analyse au niveau d'une scène globale, pour extraire des couples d'éléments d'objets en intersection, une longueur et une direction d'interpénétration entre les deux éléments d'un couple d'éléments d'objet, on prend également en compte un mouvement intermédiaire des objets entre le pas de calcul précédent et le pas de calcul courant, pour calculer une direction d'interférence privilégiée entre ces objets.

10 9. Procédé selon l'une quelconque des revendications 3 à 5 et selon la revendication 7, caractérisé en ce que lors de l'étape d) de recherche de la solution au problème de Signorini, on reconstruit les points extrêmes d'application de la force de contact entre deux objets soumis à une collision lorsque ces points extrêmes d'application n'ont pas été
15 déterminés à l'étape précédente.

10. Procédé selon la revendication 9, caractérisé en ce que lors de l'étape d) de recherche de la solution au problème de Signorini, dans le cas d'une intersection segment-segment de deux objets en triangle (40, 50), les deux points (41, 51) choisis pour constituer les points extrêmes
20 d'application de la force de contact entre les deux objets (40, 50) soumis à une collision sont situés à l'intersection de chacun des deux segments (P_1P_2 , Q_1Q_2) avec le plan formé par la face du triangle en intersection.

11. Procédé selon la revendication 9, caractérisé en ce que lors de l'étape d) de recherche de la solution au problème de Signorini, dans le
25 cas d'une intersection point-face de deux objets en triangle (60, 70), un premier point (71) choisi pour constituer un point extrême d'application de la force de contact entre les deux objets (60, 70) soumis à une collision est le point de l'intersection tandis que le second point extrême d'application de la force de contact entre les deux objets soumis à une
30 collision est la projection (61) du premier point extrême (71) sur la face du triangle en intersection (60).

12. Procédé selon l'une quelconque des revendications 9 à 11, caractérisé en ce qu'on utilise les coordonnées barycentriques pour répartir les déplacements et les forces des points d'application de la force

de contact entre les points extrêmes d'application de la force de contact en effectuant une interpolation linéaire pour une modélisation en éléments finis.

13. Procédé selon les revendications 10 et 12, caractérisé en ce que
 5 l'on calcule la distance δ d'interpénétration entre les deux points extrêmes (41, 51) d'application de la force de contact dans le cas d'un contact segment-segment entre un premier segment ($Q_1 Q_2$) et un second segment ($P_1 P_2$) d'un second triangle à partir de l'équation suivante :

$$10 \quad \delta = [a_i \ b_i \ c_i] \left[[\alpha \ 1 - \alpha] \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} - [\beta \ 1 - \beta] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \right] \quad (1)$$

où : α et $1-\alpha$ sont les coordonnées barycentriques sur le premier segment ($Q_1 Q_2$),

- 15 β et $1-\beta$ sont les coordonnées barycentriques sur le deuxième segment ($P_1 P_2$),

$a_i \ b_i \ c_i$ sont les coordonnées de la direction n_i d'interpénétration,

W_1 et W_2 sont les coordonnées du premier segment $Q_1 Q_2$,

V_1 et V_2 sont les coordonnées du second segment $P_1 P_2$.

14. Procédé selon les revendications 11 et 12, caractérisé en ce que
 20 l'on calcule la distance δ d'interpénétration entre les deux points extrêmes (61, 71) d'application de la force de contact dans le cas d'un contact point-plan entre un point (71) d'un second triangle et un plan ($P_1 P_2 P_3$) d'un premier triangle à partir de l'équation suivante :

$$25 \quad \delta = [a_i \ b_i \ c_i] \left[[\alpha \ \beta \ \gamma] \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix} - V_1 \right] \quad (2)$$

où : α, β et γ sont les coordonnées barycentriques sur le premier triangle,

$a_i \ b_i \ c_i$ sont les coordonnées de la direction n_i d'interpénétration,

W_1, W_2, W_3 sont les coordonnées du premier triangle ($P_1 P_2 P_3$),

V_1 représente les coordonnées du point de contact constitué par un sommet (Q_1) du second triangle ($Q_1 Q_2 Q_3$).

15 Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 14, caractérisé en ce qu'après avoir déterminé les points d'application des forces de contact entre deux objets en collision, lors de l'étape d) on procède au transfert des caractéristiques mécaniques des objets dans l'espace défini des contacts dans lequel on traite l'ensemble d'un groupe de \underline{m} contacts avec \underline{n} objets où \underline{m} et \underline{n} sont des entiers.

10 16. Procédé selon la revendication 15, caractérisé en ce que lors de l'étape d) on considère la masse et l'inertie d'un objet de façon globale, en son centre de gravité et on établit une relation instantanée entre les forces de contact f_c dans la direction du contact, les accélérations δ_c'' dues aux contraintes dans la même direction et les accélérations libres δ_{libre}'' dans la même direction connues lors de l'étape c) au niveau d'une scène globale, selon l'équation suivante :

$$\delta_c'' = J_c M^{-1} J_c^T f_c + \delta_{libre}'' \quad (3)$$

20 où : J_c est une matrice jacobienne $m*6n$ qui transfère le mouvement instantané linéaire et angulaire dans l'espace des contacts,

J_c^T est la matrice transposée de J_c ,

M est une matrice bloc diagonale correspondant à la masse et l'inertie de \underline{n} objets du groupe de contacts.

25 17. Procédé selon l'une quelconque des revendications 9 à 14 et l'une quelconque des revendications 15 et 16, caractérisé en ce que lors de l'étape d) pour le transport des caractéristiques mécaniques locales, on établit une relation entre :

- la différence de déplacement (U_k^i) des points du maillage déformable représentant l'objet i à l'instant k , entre la déformation libre ($U_{k,libre}^i$) et la déformation contrainte ($U_{k,c}^i$) soit
- 30 $U_k^i = U_{k,c}^i - U_{k,libre}^i$

- les positions relatives des objets, libres et contraintes, dans l'espace des contacts : δ_{libre} et δ_c , avec

$$\delta = \sum_{i=1}^n N_c^i U_k^i + \delta_{\text{libre}} \quad (4)$$

5

où N_c^i est une matrice de passage de l'espace des déplacements du maillage vers l'espace des déplacements aux contacts, et

on établit une relation entre les forces dans l'espace des contacts f_c et les forces dans l'espace des forces de déformation F_k ::

10

$$F_k = (N_c^i)^T f_c \quad (5)$$

18. Procédé selon la revendication 1, caractérisé en ce que lors de l'étape d) on établit une relation linéaire instantanée de caractérisation des déformations ou déplacement de contact δ_c à partir des forces de contact f_c et des déplacements libres δ_{libre} dus aux mouvements libres intégrant
15 uniquement les forces connues de façon explicite en début de pas de temps de calcul, selon l'équation suivante :

$$\delta_c = \left[\sum_{i=1}^n N_c^i A (U_{k-1}) (N_c^i)^T \right] f_c + \delta_{\text{libre}} \quad (6)$$

20

où : N_c^i est une matrice de passage de l'espace des déplacements du maillage vers l'espace des déplacements de contacts,

$(N_c^i)^T$ est la matrice transposée de N_c^i ,

25

A est une matrice permettant de définir la déformation de l'objet au niveau local, de telle sorte que si U_k représente le vecteur du déplacement dans le repère local de l'objet à l'instant courant et U_{k-1} représente le vecteur de déplacement dans le repère local de l'objet au pas de calcul précédent dont les valeurs instantanées sont connues au début du pas de calcul courant, on a :

$$U_k = A (U_{k-1}) F_k + b (U_{k-1}) \quad (7)$$

30

où F_k est un vecteur représentant les forces extérieures appliquées à l'objet exprimées dans le repère local, et

b est un vecteur qui a une valeur dans l'espace des déplacements et qui dépend du modèle de déformation de l'objet.

19. Procédé selon la revendication 17, caractérisé en ce que lors de l'étape d) on établit une relation instantanée de caractérisation des déformations ou déplacements de contact δ_c à partir des forces de contact f_c et des déplacements libres δ_{libre} dus aux mouvements libres intégrant
- 5 uniquement les forces connues de façon explicite en début de pas de temps de calcul, selon l'équation suivante :

$$\delta_c = \left[\theta \, dt^2 \, J_c \, M^{-1} \, J_c^T + \sum_{i=1}^n N_c^i \, A \, (U_{k-1}) \, (N_c^i)^T \right] f_c + \delta_{libre} \quad (8)$$

- 10 où : J_c est une matrice jacobienne $m \times 6n$ qui transfère le mouvement instantané linéaire et angulaire dans l'espace des contacts,
 J_c^T est la matrice transposée de J_c
 M est une matrice bloc diagonale correspondant à la masse et l'inertie des n objets du groupe de contacts,
- 15 θ est une constante dépendant de la méthode d'intégration en temps,
 N_c^i est une matrice de passage de l'espace des déplacements du maillage vers l'espace des déplacements de contacts,
 $(N_c^i)^T$ est la matrice transposée de N_c^i ,
- 20 A est une matrice permettant de définir la déformation de l'objet au niveau local, de telle sorte que si U_k représente le vecteur du déplacement dans le repère local de l'objet à l'instant courant et U_{k-1} représente le vecteur de déplacement dans le repère local de l'objet au pas de calcul précédent dont les valeurs instantanées sont
- 25 connues au début du pas de calcul courant, on a :

$$U_k = A \, (U_{k-1}) \, F_k + b \, (U_{k-1}) \quad (7)$$

- 30 où F_k est un vecteur représentant les forces extérieures appliquées à l'objet exprimées dans le repère local, et
 b est un vecteur qui a une valeur dans l'espace des déplacements et qui dépend du modèle de déformation de l'objet.

20. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 19, caractérisé en ce qu'il comprend en outre une étape de couplage avec un module d'interface haptique pour produire un retour de sensation haptique sur un dispositif mécanique par lequel un opérateur manipule les objets dans une scène virtuelle.

21. Dispositif de simulation interactive du contact entre au moins un premier objet déformable (201 ; 20 ; 40 ; 60 ; 80) et au moins un second objet (202 ; 30 ; 50 ; 70 ; 90 ; 91) avec un pas prédéterminé de temps d'échantillonnage d'un modèle simulé, caractérisé en ce qu'il comprend :

- (a) un module (100) de calcul préalable des paramètres décrivant les caractéristiques physiques de chacun des objets, tels que la géométrie et la mécanique des matériaux de chacun des objets,
- (b) une mémoire (102) de stockage des paramètres préalablement calculés dans le module (100) de calcul,
- (c) un module (101) de couplage avec une interface utilisateur (104) comprenant un dispositif mécanique tenu par un utilisateur lui permettant d'exercer virtuellement des forces sur lesdits objets dans une scène du modèle simulé,
- (d) un écran de visualisation (107) pour visualiser lesdits objets représentés sous forme de maillages,
- (e) une unité centrale de traitement (100) associée à des moyens d'entrée (103), comprenant au moins
 - e1) un module d'analyse d'objet pour analyser en temps réel au niveau de chaque objet le comportement propre de l'objet pour prédire les positions, vitesses et accélérations de cet objet selon un mouvement libre qui ne tient pas compte d'éventuels contacts ultérieurs,
 - e2) un modèle d'analyse d'une scène globale comportant les objets susceptibles de venir en contact, pour analyser en temps réel des paires d'objets qui sont détectés en interaction et établir une liste de groupes de collisions qui contient une chaîne d'objets en collision et une description des collisions,

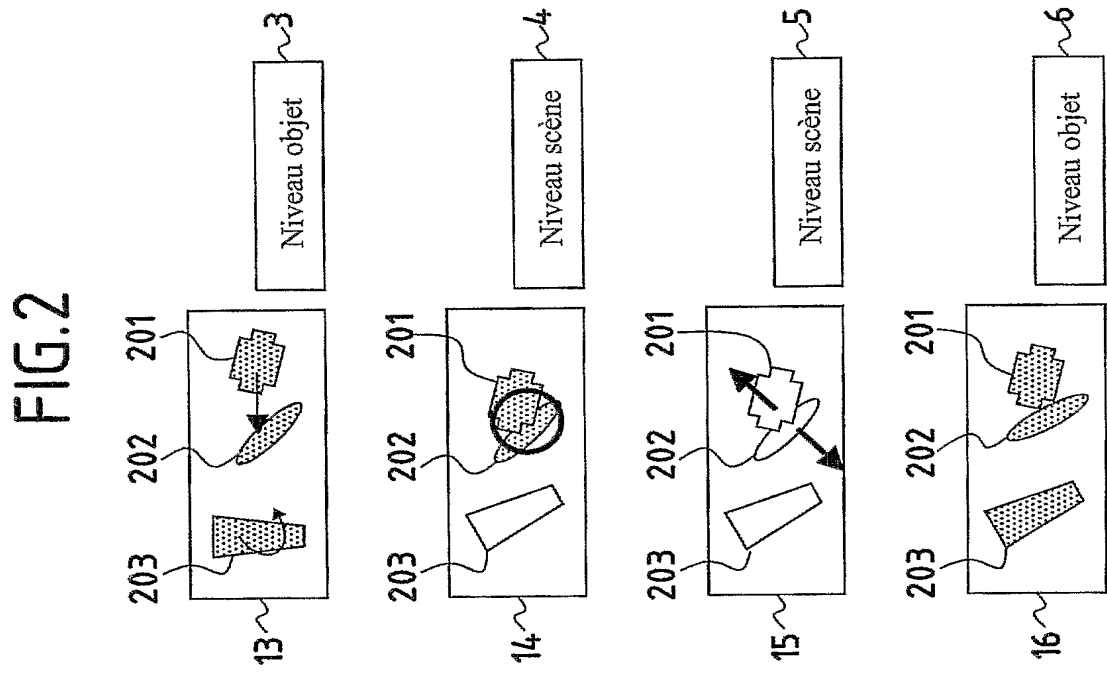
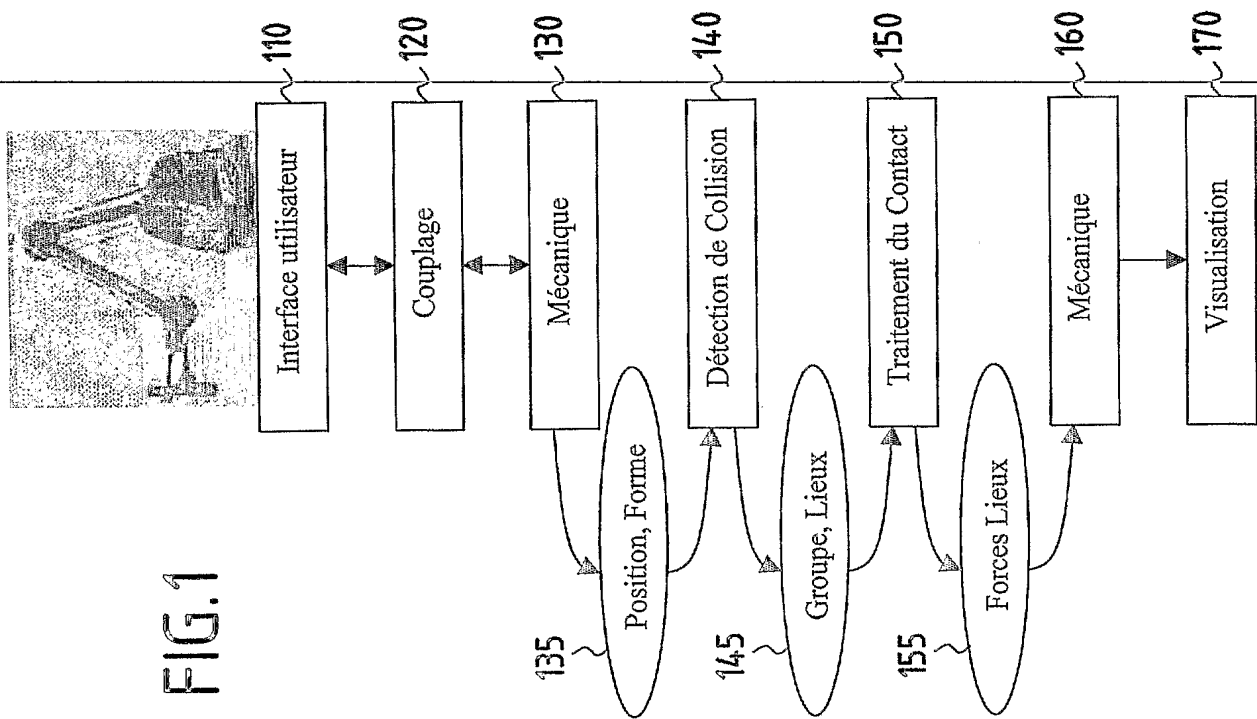
5 e3) un module de rapatriement en temps réel, pour chaque groupe de collisions, des paramètres représentant les caractéristiques physiques des objets et la description des collisions pour déterminer, pour chaque cas, la solution au problème de Signorini qui gouverne le contact entre deux objets dans le cas d'un glissement relatif pur,

10 e4) un module de traitement de chaque objet pour permettre en temps réel au niveau de chaque objet une visualisation en temps réel du comportement propre de l'objet suite à une collision, et

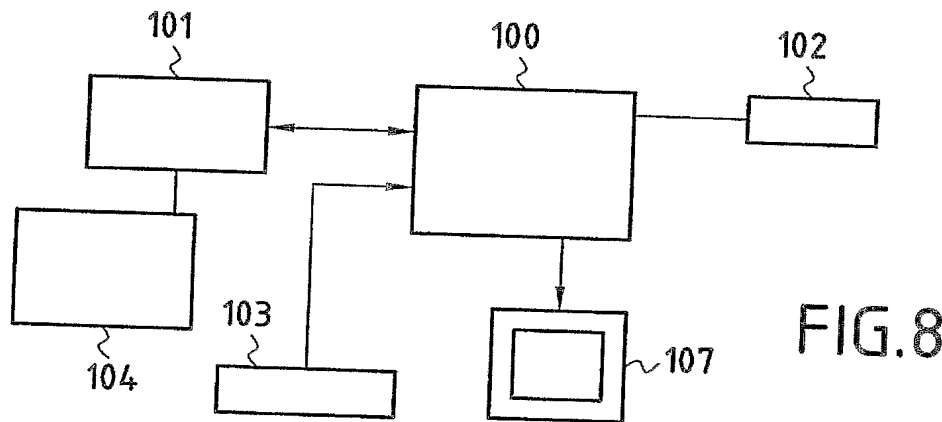
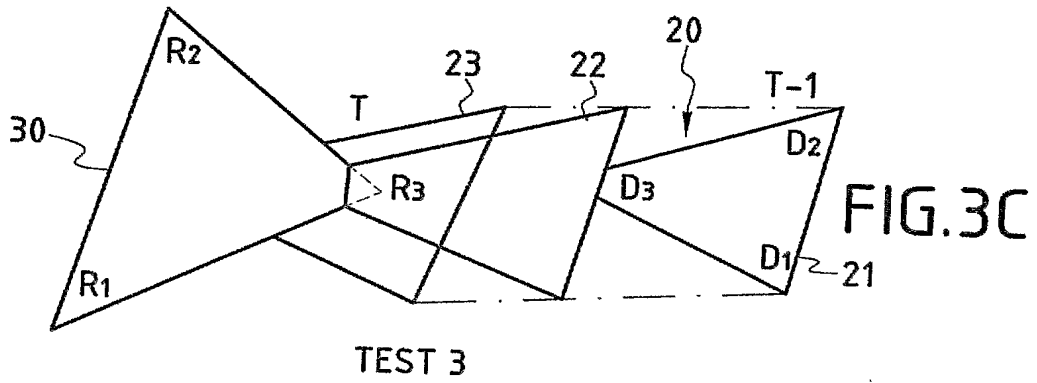
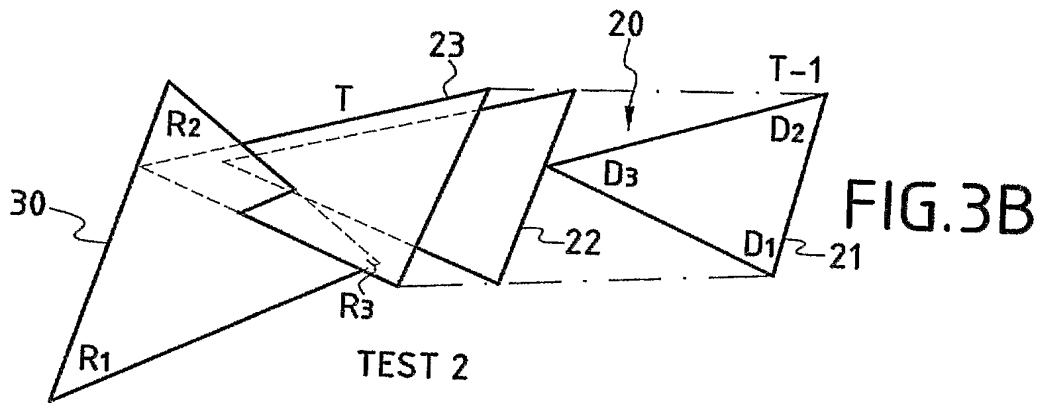
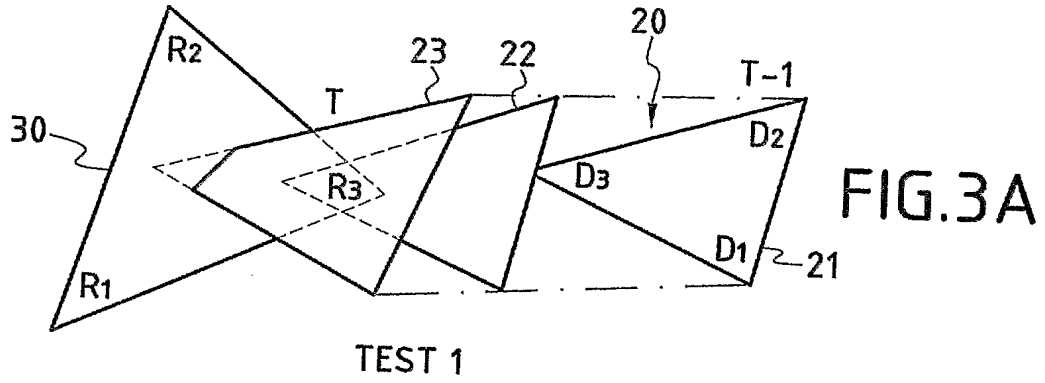
e5) des moyens de détermination d'un pas de calcul plus court que le pas de temps d'échantillonnage du modèle simulé de manière à définir une simulation interactive.

15 22. Dispositif selon la revendication 21, caractérisé en ce qu'il comprend des moyens de production d'un retour de sensation haptique sur l'interface utilisateur (104).

23. Dispositif selon la revendication 21 ou 22, caractérisé en ce que le pas de calcul correspond à une fréquence égale ou supérieure à environ 500 Hz.



2/4



3/4

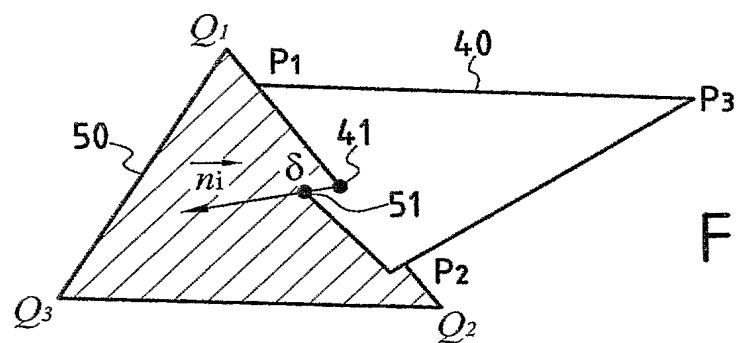


FIG. 4

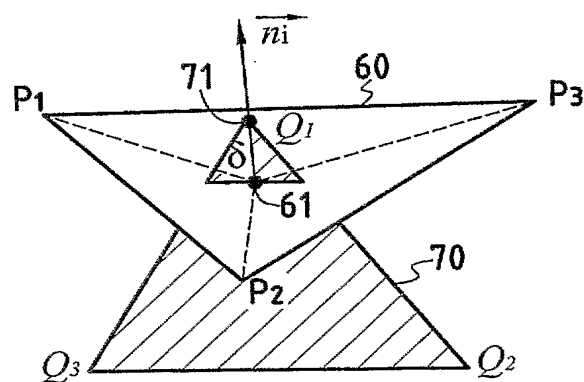


FIG. 5

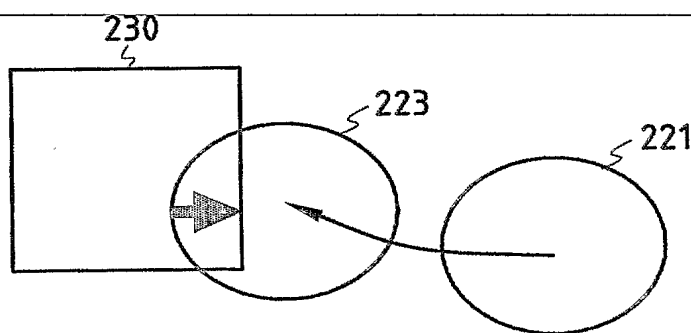


FIG. 6

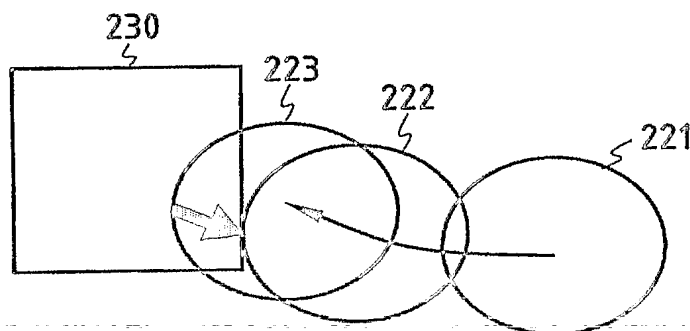


FIG. 7

4/4

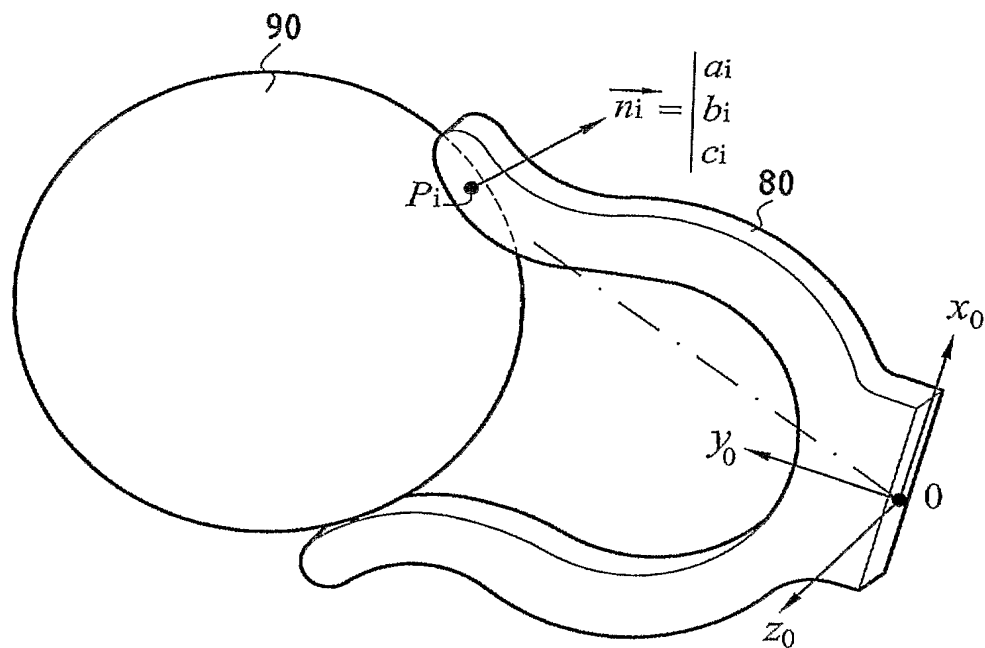


FIG. 9

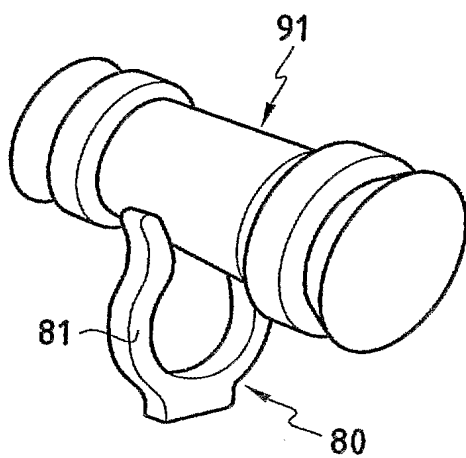


FIG. 10A

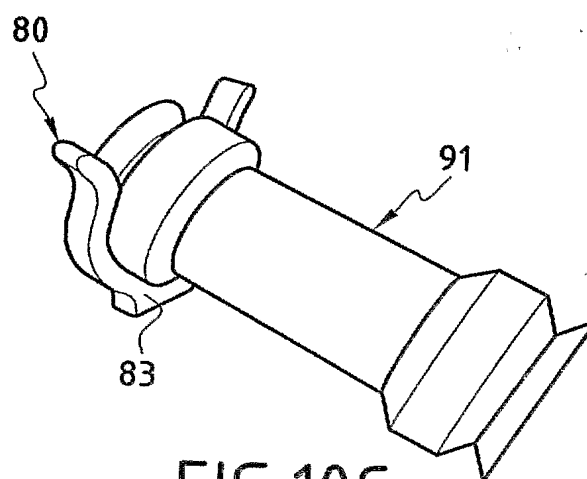


FIG. 10C

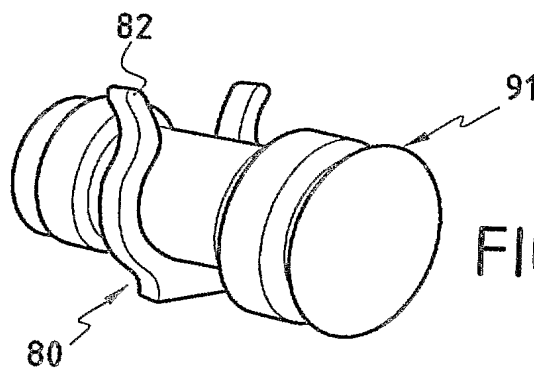


FIG. 10B



DÉPARTEMENT DES BREVETS

26 bis, rue de Saint Pétersbourg
75800 Paris Cedex 08

Téléphone : 01 53 04 53 04 Télécopie : 01 42 93 59 30

BREVET D'INVENTION**CERTIFICAT D'UTILITÉ**

Code de la propriété intellectuelle - Livre VI

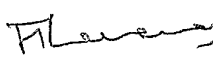
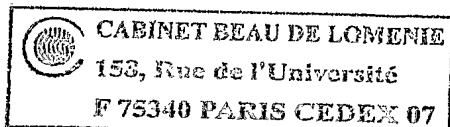


DÉSIGNATION D'INVENTEUR(S) Page N° 1. / 1..

(Si le demandeur n'est pas l'inventeur ou l'unique inventeur)

Cet imprimé est à remplir lisiblement à l'encre noire

DB 113 W / 260899

Vos références pour ce dossier (facultatif)		1H257420/19FR/JBT	
N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL		04 03037	
TITRE DE L'INVENTION (200 caractères ou espaces maximum)			
Procédé et dispositif de simulation interactive du contact entre objets			
LE(S) DEMANDEUR(S) :			
COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE			
DESIGNE(NT) EN TANT QU'INVENTEUR(S) : (Indiquez en haut à droite «Page N° 1/1» S'il y a plus de trois inventeurs, utilisez un formulaire identique et numérotez chaque page en indiquant le nombre total de pages).			
Nom		DURIEZ	
Prénoms		Christian	
Adresse	Rue	129 route de Don	
	Code postal et ville	59112	ANNOEULLIN
Société d'appartenance (facultatif)			
Nom		ANDRIOT	
Prénoms		Claude	
Adresse	Rue	Résidence Bretagne, 91, rue Boucicaut	
	Code postal et ville	92260	FONTENAY-AUX-ROSES
Société d'appartenance (facultatif)			
Nom			
Prénoms			
Adresse	Rue		
	Code postal et ville		
Société d'appartenance (facultatif)			
DATE ET SIGNATURE(S) DU (DES) DEMANDEUR(S) OU DU MANDATAIRE (Nom et qualité du signataire)			
Paris, le 3 juin 2004 THEVENET Jean-Bruno CPI 92-1236		 	



100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270
271
272
273
274
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
880
881
882
883
884
885
886
887
888
889
890
891
892
893
894
895
896
897
898
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
910
911
912
913
914
915
916
917
918
919
920
921
922
923
924
925
926
927
928
929
930
931
932
933
934
935
936
937
938
939
940
941
942
943
944
945
946
947
948
949
950
951
952
953
954
955
956
957
958
959
960
961
962
963
964
965
966
967
968
969
970
971
972
973
974
975
976
977
978
979
980
981
982
983
984
985
986
987
988
989
990
991
992
993
994
995
996
997
998
999
1000
1001
1002
1003
1004
1005
1006
1007
1008
1009
1010
1011
1012
1013
1014
1015
1016
1017
1018
1019
1020
1021
1022
1023
1024
1025
1026
1027
1028
1029
1030
1031
1032
1033
1034
1035
1036
1037
1038
1039
1040
1041
1042
1043
1044
1045
1046
1047
1048
1049
1050
1051
1052
1053
1054
1055
1056
1057
1058
1059
1060
1061
1062
1063
1064
1065
1066
1067
1068
1069
1070
1071
1072
1073
1074
1075
1076
1077
1078
1079
1080
1081
1082
1083
1084
1085
1086
1087
1088
1089
1090
1091
1092
1093
1094
1095
1096
1097
1098
1099
1100
1101
1102
1103
1104
1105
1106
1107
1108
1109
1110
1111
1112
1113
1114
1115
1116
1117
1118
1119
1120
1121
1122
1123
1124
1125
1126
1127
1128
1129
1130
1131
1132
1133
1134
1135
1136
1137
1138
1139
1140
1141
1142
1143
1144
1145
1146
1147
1148
1149
1150
1151
1152
1153
1154
1155
1156
1157
1158
1159
1160
1161
1162
1163
1164
1165
1166
1167
1168
1169
1170
1171
1172
1173
1174
1175
1176
1177
1178
1179
1180
1181
1182
1183
1184
1185
1186
1187
1188
1189
1190
1191
1192
1193
1194
1195
1196
1197
1198
1199
1200
1201
1202
1203
1204
1205
1206
1207
1208
1209
1210
1211
1212
1213
1214
1215
1216
1217
1218
1219
1220
1221
1222
1223
1224
1225
1226
1227
1228
1229
1230
1231
1232
1233
1234
1235
1236
1237
1238
1239
1240
1241
1242
1243
1244
1245
1246
1247
1248
1249
1250
1251
1252
1253
1254
1255
1256
1257
1258
1259
1260
1261
1262
1263
1264
1265
1266
1267
1268
1269
1270
1271
1272
1273
1274
1275
1276
1277
1278
1279
1280
1281
1282
1283
1284
1285
1286
1287
1288
1289
1290
1291
1292
1293
1294
1295
1296
1297
1298
1299
1300
1301
1302
1303
1304
1305
1306
1307
1308
1309
1310
1311
1312
1313
1314
1315
1316
1317
1318
1319
1320
1321
1322
1323
1324
1325
1326
1327
1328
1329
1330
1331
1332
1333
1334
1335
1336
1337
1338
1339
1340
1341
1342
1343
1344
1345
1346
1347
1348
1349
1350
1351
1352
1353
1354
1355
1356
1357
1358
1359
1360
1361
1362
1363
1364
1365
1366
1367
1368
1369
1370
1371
1372
1373
1374
1375
1376
1377
1378
1379
1380
1381
1382
1383
1384
1385
1386
1387
1388
1389
1390
1391
1392
1393
1394
1395
1396
1397
1398
1399
1400
1401
1402
1403
1404
1405
1406
1407
1408
1409
1410
1411
1412
1413
1414
1415
1416
1417
1418
1419
1420
1421
1422
1423
1424
1425
1426
1427
1428
1429
1430
1431
1432
1433
1434
1435
1436
1437
1438
1439
1440
1441
1442
1443
1444
1445
1446
1447
1448
1449
1450
1451
1452
1453
1454
1455
1456
1457
1458
1459
1460
1461
1462
1463
1464
1465
1466
1467
1468
1469
1470
1471
1472
1473
1474
1475
1476
1477
1478
1479
1480
1481
1482
1483
1484
1485
1486
1487
1488
1489
1490
1491
1492
1493
1494
1495
1496
1497
1498
1499
1500
1501
1502
1503
1504
1505
1506
1507
1508
1509
1510
1511
1512
1513
1514
1515
1516
1517
1518
1519
1520
1521
1522
1523
1524
1525
1526
1527
1528
1529
1530
1531
1532
1533
1534
1535
1536
1537
1538
1539
1540
1541
1542
1543
1544
1545
1546
1547
1548
1549
1550
1551
1552
1553
1554
1555
1556
1557
1558
1559
1560
1561
1562
1563
1564
1565
1566
1567
1568
1569
1570
1571
1572
1573
1574
1575
1576
1577
1578
1579
1580
1581
1582
1583
1584
1585
1586
1587
1588
1589
1590
1591
1592
1593
1594
1595
1596
1597
1598
1599
1600
1601
1602
1603
1604
1605
1606
1607
1608
1609
1610
1611
1612
1613
1614
1615
1616
1617
1618
1619
1620
1621
1622
1623
1624
1625
1626
1627
1628
1629
1630
1631
1632
1633
1634
1635
1636
1637
1638
1639
1640
1641
1642
1643
1644
1645
1646
1647
1648
1649
1650
1651
1652
1653
1654
1655
1656
1657
1658
1659
1660
1661
1662
1663
1664
1665
1666
1667
1668
1669
1670
1671
1672
1673
1674
1675
1676
1677
1678
1679
1680
1681
1682
1683
1684
1685
1686
1687
1688
1689
1690
1691
1692
1693
1694
1695
1696
1697
1698
1699
1700
1701
1702
1703
1704
1705
1706
1707
1708
1709
1710
1711
1712
1713
1714
1715
1716
1717
1718
1719
1720
1721
1722
1723
1724
1725
1726
1727
1728
1729
1730
1731
1732
1733
1734
1735
1736
1737
1738
1739
1740
1741
1742
1743
1744
1745
1746
1747
1748
1749
1750
1751
1752
1753
1754
1755
1756
1757
1758
1759
1760
1761
1762
1763
1764
1765
1766
1767
1768
1769
1770
1771
1772
1773
1774
1775
1776
1777
1778
1779
1780
1781
1782
1783
1784
1785
1786
1787
1788
1789
1790
1791
1792
1793
1794
1795
1796
1797
1798
1799
1800
1801
1802
1803
1804
1805
1806
1807
1808
1809
1810
1811
1812
1813
1814
1815
1816
1817
1818
1819
1820
1821
1822
1823
1824
1825
1826
1827
1828
1829
1830
1831
1832
1833
1834
1835
1836
1837
1838
1839
1840
1841
1842
1843
1844
1845
1846
1847
1848
1849
1850
1851
1852
1853
1854
1855
1856
1857
1858
1859
1860
1861
1862
1863
1864
1865
1866
1867
1868
1869
1870
1871
1872
1873
1874
1875
1876
1877
1878
1879
1880
1881
1882
1883
1884
1885
1886
1887
1888
1889
1890
1891
1892
1893
1894
1895
1896
1897
1898
1899
1900
1901
1902
1903
1904
1905
1906
1907
1908
1909
1910
1911
1912
1913
1914
1915
1916
1917
1918
1919
1920
1921
1922
1923
1924
1925
1926
1927
1928
1929
1930
1931
1932
1933
1934
1935
1936
1937
1938
1939
1940
1941
1942
1943
1944
1945
1946
1947
1948
1949
1950
1951
1952
1953
1954
1955
1956
1957
1958
1959
1960
1961
1962
1963
1964
1965
1966
1967
1968
1969
1970
1971
1972
1973
1974
1975
1976
1977
1978
1979
1980
1981
1982
1983
1984
1985
1986
1987
1988
1989
1990
1991
1992
1993
1994
1995
1996
1997
1998
1999
2000
2001
2002
2003
2004
2005
2006
2007
2008
2009
2010
2011
2012
2013
2014
2015
2016
2017
2018
2019
2020
2021
2022
2023
2024
2025
2026
2027
2028
2029
2030
2031
2032
2033
2034
2035
2036
2037
2038
2039
2040
2041
2042
2043
2044
2045
2046
2047
2048
2049
2050
2051
2052
2053
2054
2055
2056
2057
2058
2059
2060
2061
2062
2063
2064
2065
2066
2067
2068
2069
2070
2071
2072
2073
2074
2075
2076
2077
2078
2079
2080
2081
2082
2083
2084
2085
2086
2087
2088
2089
2090
2091
2092
2093
2094
2095
2096
2097
2098
2099
2100
2101
2102
2103
2104
2105
2106
2107
2108
2109
2110
2111
2112
2113
2114
2115
2116
2117
2118
2119
2120
2121
2122
2123
2124
2125
2126
2127
2128
2129
2130
2131
2132
2133
2134
2135
2136
2137
2138
2139
2140
2141
2142
2143
2144
2145
2146
2147
2148
2149
2150
2151
2152
2153
2154
2155
2156
2157
2158
2159
2160
2161
2162
2163
2164
2165
2166
2167
2168
2169
2170
2171
2172
2173
2174
2175
2176
2177
2178
2179
2180
2181
2182
2183
2184
2185
2186
2187
2188
2189
2190
2191
2192
2193
2194
2195
2196
2197
2198
2199
2200
2201
2202
2203
2204
2205
2206
2207
2208
2209
2210
2211
2212
2213
2214
2215
2216
2217
2218
2219
2220
2221
2222
2223
2224
2225
2226
2227
2228
2229
2230
2231
2232
2233
2234
2235
2236
2237
2238
2239
2240
2241
2242
2243
2244
2245
2246
2247
2248
2249
2250
2251
2252
2253
2254
2255
2256
2257
2258
2259
2260
2261
2262
2263
2264
2265
2266
2267
2268
2269
2270
2271
2272
2273
2274
2275
2276
2277
2278
2279
2280
2281
2282
2283
2284
2285
2286
2287
2288
2289
2290
2291
2292
2293
2294
2295
2296
2297
2298



A single horizontal line spanning the width of the page.

Multiple horizontal lines at the bottom of the page, possibly representing a footer or a series of lines for text entry.